



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO**

**TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO**

**Instituto Tecnológico de Minatitlán**

**Ingeniería En Sistemas Computacionales**

**“MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA MATERIA DE  
CALCULO INTEGRAL”**



**MINATITLÁN, VER. OCTUBRE 2023**

# ÍNDICE

<b>UNIDAD 1 – Teorema fundamental del cálculo.</b>	<b>4</b>
<b>Competencias Específicas</b>	<b>4</b>
<b>PRACTICA 1.1</b>	<b>4</b>
Objetivo de la práctica	4
Actividades previas	4
Introducción	4
Desarrollo de la práctica	5
Observaciones	5
Conclusiones	5
<b>PRACTICA 2.1</b>	<b>6</b>
Objetivo de la práctica	6
Actividades previas	6
Introducción	6
Desarrollo de la práctica	6
Observaciones	7
Conclusiones	7
<b>UNIDAD 2 – Métodos de integración e integral indefinida.</b>	<b>8</b>
<b>Competencias específicas</b>	<b>8</b>
<b>PRACTICA 1.2</b>	<b>8</b>
Objetivo de la práctica	8
Actividades previas	8
Introducción	8
Desarrollo de la práctica	9
Observaciones	9
Conclusiones	9
<b>UNIDAD 3 – Aplicaciones de la integral.</b>	<b>10</b>
<b>Competencias específicas</b>	<b>10</b>
<b>PRACTICA 1.3</b>	<b>10</b>
Objetivo de la práctica	10
Actividades previas	10
Introducción	10
Desarrollo de la práctica	11

Observaciones .....	11
Conclusiones.....	11
PRACTICA 2.3 .....	12
Objetivo de la práctica .....	12
Actividades previas .....	12
Introducción.....	12
Desarrollo de la práctica .....	12
Observaciones .....	13
Conclusiones.....	13
UNIDAD 4 – Series. ....	14
Competencias específicas .....	14
PRACTICA 1.4 .....	14
Objetivo de la práctica .....	14
Actividades previas .....	14
Introducción.....	14
Desarrollo de la práctica .....	15
Observaciones .....	15
Conclusiones.....	15
REFERENCIAS .....	16

# **UNIDAD 1 – Teorema fundamental del cálculo.**

## **Competencias Especificas**

- Comprende los dos teoremas fundamentales del cálculo para establecer la relación entre cálculo diferencial y cálculo integral.
- Aplica los teoremas y las propiedades de la integral para evaluar integrales definidas.

## **PRACTICA 1.1 - Aproximar el área bajo la curva por medio de sumas de Riemann usando TIC's.**

### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es familiarizar a los estudiantes con el concepto de aproximación del área bajo una curva utilizando sumas de Riemann. Además, se busca introducir el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como herramientas para realizar estos cálculos de manera más eficiente. Los estudiantes aprenderán a aplicar este enfoque en situaciones reales y a comprender la importancia de la aproximación del área bajo una curva en el contexto del cálculo integral.

### **Actividades previas:**

Antes de la ejecución de la práctica, los estudiantes revisarán conceptos clave relacionados con el cálculo integral, en particular, la aproximación del área bajo una curva utilizando sumas de Riemann. Además, se les proporcionará una introducción al uso de TIC, como software o calculadoras gráficas, que facilitarán los cálculos.

### **Introducción:**

La práctica se centra en la aplicación de sumas de Riemann para estimar el área bajo una función y la utilización de herramientas tecnológicas para facilitar el proceso de cálculo y visualización.

**Desarrollo de la práctica:**

1. Seleccionar una función matemática y un intervalo en el eje  $x$  sobre el cual se desee aproximar el área bajo la curva.
2. Dividir el intervalo en subintervalos más pequeños y seleccionar puntos representativos en cada subintervalo.
3. Calcular la altura de las barras rectangulares en cada punto seleccionado.
4. Calcular el área de cada rectángulo (base por altura) en los puntos seleccionados.
5. Sumar todas las áreas de los rectángulos para obtener una estimación del área bajo la curva.
6. Utilizar una herramienta tecnológica, como un software de cálculo, para automatizar los cálculos y visualizar gráficamente la aproximación del área.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para aplicar los conceptos y utilizar las TIC de manera efectiva. Las observaciones se centrarán en la precisión de los cálculos, la comprensión del proceso y la interpretación de los resultados.

**Conclusiones:**

Al final de la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos en las aproximaciones del área bajo la curva. Se destacarán las conclusiones clave, como la importancia de las sumas de Riemann en el cálculo integral y la utilidad de las TIC para agilizar los cálculos. Se alentará a los estudiantes a reflexionar sobre la aplicabilidad de estos conceptos en situaciones del mundo real y cómo pueden utilizar estas herramientas en futuros estudios de cálculo integral.

## **PRACTICA 2.1 - Calcular el área bajo la curva y el área entre curvas utilizando TIC's.**

### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es capacitar a los estudiantes en el cálculo del área bajo una curva y el área entre dos curvas utilizando herramientas de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). Los estudiantes aprenderán a aplicar conceptos de cálculo integral para resolver problemas relacionados con áreas y utilizarán software o calculadoras gráficas para agilizar los cálculos. El propósito es que los estudiantes adquieran habilidades prácticas para abordar situaciones reales que requieran la determinación de áreas.

### **Actividades previas:**

Antes de llevar a cabo la práctica, se revisarán conceptos clave relacionados con cálculo integral, incluyendo el método de aproximación del área bajo una curva. Los estudiantes también recibirán una introducción a las TIC que facilitarán los cálculos. Se discutirán ejemplos prácticos de problemas de área en contextos del mundo real.

### **Introducción:**

La práctica se enfoca en la aplicación de herramientas tecnológicas para calcular áreas en situaciones donde el cálculo manual puede ser complejo o laborioso. Esto permite una comprensión más profunda de cómo se relaciona el cálculo integral con el cálculo de áreas.

### **Desarrollo de la práctica:**

1. Seleccionar una función matemática y un intervalo en el eje  $x$  sobre el cual se desee calcular el área bajo la curva.
2. Utilizar una herramienta tecnológica, como software de cálculo o una calculadora científica, para determinar la integral definida de la función en el intervalo seleccionado.
3. El resultado de la integral definida proporciona el valor del área bajo la curva.

4. En el caso de calcular el área entre dos curvas, seleccionar dos funciones y definir los intervalos de intersección.
5. Utilizar las TIC's para encontrar las integrales definidas de ambas funciones en los intervalos respectivos.
6. Restar una integral a la otra para obtener el área entre las curvas.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para aplicar los conceptos de cálculo integral y utilizar eficazmente las TIC en el cálculo de áreas. Las observaciones se centrarán en la precisión de los cálculos y la comprensión de los procedimientos utilizados.

**Conclusiones:**

Al concluir la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos en el cálculo del área bajo la curva y el área entre curvas. Se destacarán las conclusiones clave, como la importancia de aplicar conceptos de cálculo integral en situaciones del mundo real y la utilidad de las TIC para simplificar los cálculos. Los estudiantes reflexionarán sobre cómo estos conocimientos pueden aplicarse en campos como la física, la economía y la ingeniería.

## **UNIDAD 2 – Métodos de integración e integral indefinida.**

### **Competencias específicas**

- Identifica el método de integración más adecuado para resolver una integral indefinida.

### **PRACTICA 1.2 - Resolver integrales utilizando TIC's.**

#### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es familiarizar a los estudiantes con el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para resolver integrales. Los estudiantes aprenderán a aplicar métodos de cálculo integral utilizando software o calculadoras gráficas para simplificar y agilizar los cálculos. El propósito es que los estudiantes adquieran habilidades prácticas en la resolución de problemas integrales y comprendan cómo las TIC pueden ser herramientas valiosas en el proceso.

#### **Actividades previas:**

Antes de la ejecución de la práctica, se revisarán conceptos fundamentales de cálculo integral, incluyendo diferentes técnicas de integración. Los estudiantes también recibirán una introducción al uso de TIC específicas para la resolución de integrales. Se discutirán ejemplos de problemas de integral y su relevancia en diversas áreas.

#### **Introducción:**

La práctica se centra en la aplicación de herramientas tecnológicas para resolver integrales de manera eficiente y precisa. Esto permite a los estudiantes explorar y comprender cómo las TIC's pueden ser valiosas en la resolución de problemas de cálculo integral.



**Desarrollo de la práctica:**

1. Seleccionar una integral definida o indefinida que se desee resolver como parte de un problema o ejercicio.
2. Utilizar una herramienta tecnológica, como un software de cálculo matemático o una calculadora científica, para ingresar la integral y resolverla.
3. Seguir los pasos apropiados en la herramienta tecnológica para obtener el resultado numérico o la expresión simplificada de la integral.
4. Comprobar y validar los resultados obtenidos utilizando métodos manuales o reglas matemáticas.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para aplicar los métodos de cálculo integral y utilizar eficazmente las TIC en la resolución de integrales. Las observaciones se centrarán en la precisión de los cálculos y la comprensión de los procedimientos utilizados.

**Conclusiones:**

Al finalizar la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos al resolver integrales utilizando TIC. Se destacarán las conclusiones clave, como la utilidad de las TIC para simplificar cálculos y verificar resultados, así como la importancia de comprender los fundamentos matemáticos detrás de las operaciones. Los estudiantes reflexionarán sobre cómo estas habilidades pueden aplicarse en campos como la física, la ingeniería y la economía.

## **UNIDAD 3 – Aplicaciones de la integral.**

### **Competencias específicas**

Utiliza las definiciones de integral y las técnicas de integración para la solución de problemas geométricos y aplicados en la ingeniería.

### **PRACTICA 1.3 - Crear y modelar un prototipo didáctico para el cálculo de volúmenes.**

#### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es que los estudiantes adquieran una comprensión profunda del cálculo de volúmenes de figuras simples, como conos, vasos y cilindros circulares rectos, a través de la creación y modelado de prototipos didácticos. Los estudiantes aprenderán a aplicar conceptos de cálculo integral en la determinación de volúmenes y desarrollarán habilidades prácticas al diseñar prototipos que representen estas figuras geométricas. El propósito es fortalecer su comprensión del cálculo integral y su capacidad para aplicar estos conocimientos en un contexto práctico.

#### **Actividades previas:**

Antes de ejecutar la práctica, los estudiantes repasarán conceptos fundamentales de cálculo integral, incluyendo las fórmulas y técnicas necesarias para calcular volúmenes de conos, vasos y cilindros. También recibirán una introducción al diseño y modelado de prototipos didácticos.

#### **Introducción:**

La práctica se enfoca en la creación de un recurso de aprendizaje visual y táctil que permita a los estudiantes visualizar y experimentar los conceptos de cálculo de volúmenes en figuras geométricas. El prototipo tiene como objetivo simplificar la comprensión y mejorar la retención de conocimientos en esta área de cálculo.

**Desarrollo de la práctica:**

1. Seleccionar las figuras geométricas simples que se abordarán, como conos, vasos y cilindros circulares rectos.
2. Diseñar y construir prototipos tridimensionales de estas figuras utilizando materiales adecuados, como cartón, plástico, o cualquier material que sea accesible y seguro para los estudiantes.
3. Integrar elementos visuales y marcadores en los prototipos para indicar dimensiones, áreas y volúmenes clave.
4. Diseñar un método de ensamblaje y desmontaje de las figuras para permitir a los estudiantes interactuar con ellas y comprender cómo cambian los volúmenes con variaciones en las dimensiones.
5. Preparar ejercicios o preguntas para acompañar el prototipo y guiar a los estudiantes en la exploración de cálculo de volúmenes.
6. Realizar demostraciones y ejercicios prácticos utilizando el prototipo, alentando a los estudiantes a calcular volúmenes y comprender el razonamiento detrás de las fórmulas.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para diseñar prototipos efectivos y aplicar conceptos de cálculo integral en el cálculo de volúmenes. Las observaciones se centrarán en la precisión de los prototipos y la comprensión de los cálculos utilizados.

**Conclusiones:**

Al concluir la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos al diseñar prototipos didácticos y calcular volúmenes. Se destacarán las conclusiones clave, como la utilidad de los prototipos en la comprensión de conceptos matemáticos y la aplicación efectiva de técnicas de cálculo integral en situaciones prácticas. Los estudiantes reflexionarán sobre cómo estos conocimientos pueden aplicarse en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y en la resolución de problemas del mundo real.

## **PRACTICA 2.3 - Identificar situaciones reales donde se pueda utilizar la definición de integral.**

### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es que los estudiantes reconozcan y comprendan cómo la definición de integral se aplica en situaciones del mundo real. Los estudiantes aprenderán a identificar problemas y escenarios que pueden resolverse utilizando conceptos de cálculo integral. El propósito es fortalecer su capacidad para relacionar las matemáticas con aplicaciones prácticas y entender la importancia de la integral en diversos campos.

### **Actividades previas:**

Antes de llevar a cabo la práctica, los estudiantes revisarán los conceptos fundamentales de cálculo integral, incluyendo la definición de la integral definida y sus aplicaciones. Se discutirán ejemplos de problemas y situaciones en las que la integral desempeña un papel importante.

### **Introducción:**

La práctica se centra en fomentar la conexión entre la teoría matemática y su aplicación en contextos reales. Los estudiantes deben reconocer que el cálculo integral es una herramienta poderosa para abordar problemas prácticos en campos como la física, la economía, la biología y la ingeniería, entre otros.

### **Desarrollo de la práctica:**

1. Los estudiantes investigan y seleccionan una situación real específica donde la definición de integral puede aplicarse de manera significativa. Ejemplos pueden incluir la determinación de áreas bajo curvas, cálculo de volúmenes de sólidos, cálculo de trabajo realizado, análisis de tasas de cambio, entre otros.
2. Para su situación elegida, los estudiantes describen detalladamente el problema y su relevancia en el mundo real.

3. Luego, aplican la definición de integral para resolver el problema, proporcionando cálculos y pasos matemáticos.
4. Los estudiantes explican cómo el cálculo integral ha mejorado la comprensión o la toma de decisiones en la situación que investigaron.
5. En clase, se presentan y discuten las situaciones elegidas por los estudiantes, destacando cómo el cálculo integral se ha utilizado efectivamente.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para identificar situaciones en las que la definición de integral es aplicable. Las observaciones se centrarán en la precisión y claridad de las descripciones proporcionadas por los estudiantes.

**Conclusiones:**

Al finalizar la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos al identificar situaciones reales para el uso de la definición de integral. Se destacarán las conclusiones clave, como la importancia de la integral en la resolución de problemas del mundo real y la capacidad de los estudiantes para relacionar conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas. Los estudiantes reflexionarán sobre cómo estos conocimientos pueden aplicarse en su futuro académico y profesional.

## **UNIDAD 4 – Series.**

### **Competencias específicas**

Aplica series para aproximar la solución de integrales especiales.

### **PRACTICA 1.4 - Mediante un modelo físico representar la definición de serie.**

#### **Objetivo de la práctica:**

El objetivo principal de esta práctica es que los estudiantes visualicen y comprendan la definición de una serie matemática a través de la creación de un modelo físico. Los estudiantes aprenderán a representar conceptos matemáticos abstractos de manera concreta utilizando un modelo tangible. El propósito es fortalecer su comprensión de las series matemáticas y cómo pueden aplicarse en situaciones del mundo real.

#### **Actividades previas:**

Antes de llevar a cabo la práctica, los estudiantes revisarán conceptos fundamentales relacionados con series matemáticas, incluyendo la definición y propiedades básicas. Se discutirán ejemplos de series y su relevancia en matemáticas y otras disciplinas.

#### **Introducción:**

La práctica introduce el concepto de series infinitas en cálculo integral y destaca su importancia en matemáticas. Los estudiantes deben reconocer que una serie es una suma infinita de términos y que la convergencia o divergencia de una serie puede tener aplicaciones prácticas en matemáticas y otras disciplinas.

**Desarrollo de la práctica:**

1. Los estudiantes seleccionan un tipo específico de serie (por ejemplo, una serie aritmética o geométrica) que deseen representar mediante un modelo físico.
2. Utilizan materiales y objetos físicos para crear un modelo que refleje el proceso de suma infinita de términos de esa serie.
3. Explican cómo su modelo físico representa la definición matemática de la serie y cómo cada término de la serie se relaciona con un aspecto del modelo.
4. Realizan cálculos para mostrar la convergencia o divergencia de la serie y discuten cómo se relaciona con su modelo físico.
5. En clase, los estudiantes presentan sus modelos y explican cómo ayudan a comprender el concepto de series infinitas.

**Observaciones:**

Se llevarán a cabo observaciones para evaluar la capacidad de los estudiantes para crear un modelo físico efectivo que represente la definición de una serie. Las observaciones se centrarán en la precisión y claridad de la representación y la capacidad de los estudiantes para explicar su modelo.

**Conclusiones:**

Al finalizar la práctica, se realizará un análisis de los resultados obtenidos al representar la definición de serie mediante un modelo físico. Se destacarán las conclusiones clave, como la importancia de visualizar conceptos matemáticos abstractos y su aplicabilidad en la modelación de situaciones del mundo real. Los estudiantes reflexionarán sobre cómo estos conocimientos pueden aplicarse en campos como la estadística, la física y la ingeniería.

## REFERENCIAS

### Textos:

- Anton H. (2009). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. (2ª. Ed.). México. Limusa.
- Ayres, F. (2010). *Cálculo*. (5ª. Ed.). México. McGraw-Hill.
- Larson, R., Edwards, B. H. (2010). *Cálculo I : de una variable*. (9ª. Ed.). México. McGraw Hill.
- Larson, R. (2009). *Matemáticas 2 : Cálculo Integral*. México. McGraw Hill.
- Leithold, L. (2009). *El Cálculo con Geometría Analítica*. (7ª. Ed.). México. Oxford University Press.
- Stewart, J. (2013). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. (7ª. Ed.). México. Cengage Learning.
- Thomas, G. B. (2012). *Cálculo de una variable con código de acceso MyMathlab*. (12ª. Ed.). México. Pearson.
- Zill, D. Wright, W. (2011). *Cálculo de una variable : Trascendentes tempranas*. (4ª. Ed.). México. Mc Graw Hill.
- Zill, D. Wright, W. (2011). *Matemáticas 2 : Cálculo integral*. (4ª. Ed.). México. Mc Graw Hill.

### Recursos en Internet:

- Seeburger, Paul (2007). *Figure 5.4.9 - Example 6 (Numerical Approximations of Area)*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_4\\_9/riemann5\\_4\\_9.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_4_9/riemann5_4_9.htm).
- Seeburger, Paul (2007). *Numerical Approximations of Area*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_4\\_7/figure5\\_4\\_7.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_4_7/figure5_4_7.htm).
- Seeburger, Paul (2007). *The Rectangle Method for Finding Area*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_1\\_4/figure5\\_1\\_4.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_1_4/figure5_1_4.htm).



- Seeburger, Paul (2007). Section 6.2 - Solids by Washers. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6\\_2\\_13/figure6\\_2\\_13.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6_2_13/figure6_2_13.htm).
- Seeburger, Paul (2007). Section 6.3 - Volumes by Cylindrical Shells. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6\\_3\\_7/figure6\\_3\\_7.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6_3_7/figure6_3_7.htm).
- Seeburger, Paul (2007). Section 9.7 - Maclaurin Polynomials - Figure 9.7.3. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch9/figure9\\_7\\_3/figure9\\_7\\_3.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch9/figure9_7_3/figure9_7_3.htm).